METROLOGIA I SYSTEMY POMIAROWE
TOM V, ZESZYT 1–2 (1998)

SABINA ŻEBROWSKA-ŁUCYK

Instytut Metrologii i Systemów Pomiarowych, Politechnika Warszawska

KOMPENSACJA BŁĘDÓW POZYCJONOWANIA W POMIARACH WSPÓŁOSIOWOŚCI I ŚREDNIC METODĄ BEZODNIESIENIOWĄ

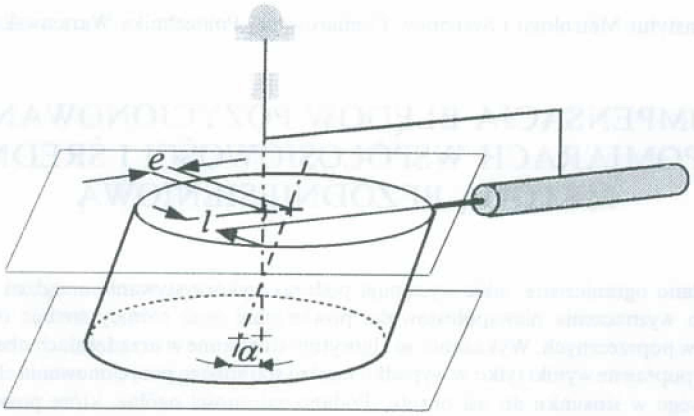
Zbadano ograniczenia, jakie występują podczas wykorzystywania urządzeń z wzorcową osią obrotu do wyznaczenia niewspółosiowości powierzchni oraz różnicy średnic okręgów średnich przekrojów poprzecznych. Wykazano, że algorytmy stosowane w urządzeniach obecnie produkowanych dają poprawne wyniki tylko w wypadku bardzo starannego pozycjonowania elementu i czujnika pomiarowego w stosunku do osi obrotu. Podano zależności ogólne, które pozwalają wyznaczyć wartości błędów dla dowolnej geometrii układu pomiarowego. Przedstawiono wyniki pomiarów przykładowego elementów w obecności błędów pozycjonowania. Wyprowadzono zależności matematyczne pozwalające skutecznie skompensować występujące błędy. Podano metodykę obiektywnego znajdowania optymalnego położenia końcówki czujnika względem osi obrotu.

1. WPROWADZENIE

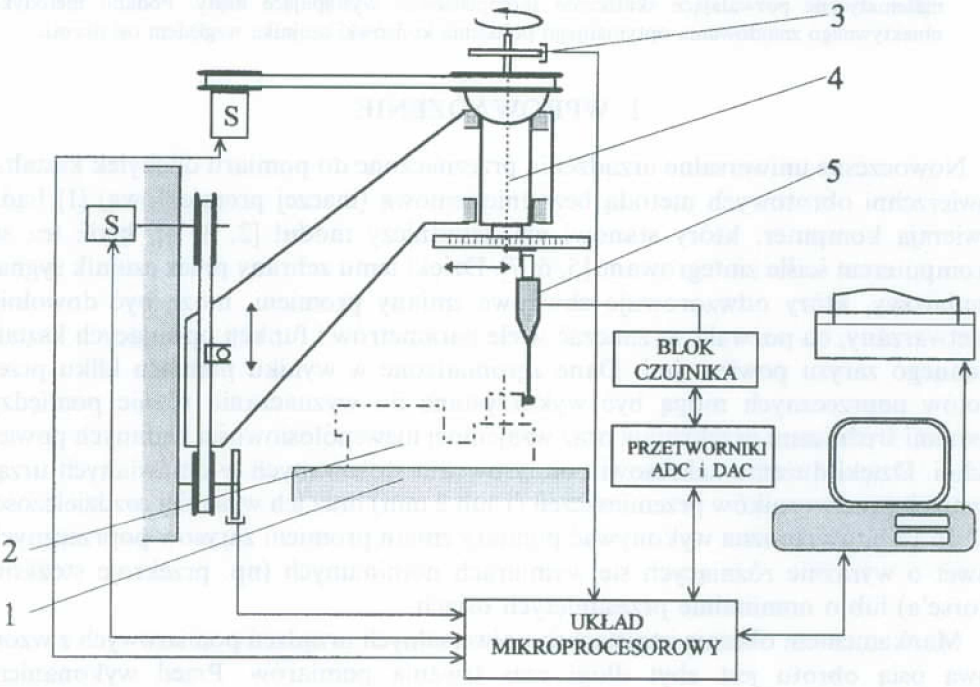
Nowoczesne uniwersalne urządzenia przeznaczone do pomiaru odchyłek kształtu powierzchni obrotowych metodą bezodniesieniową (inaczej promieniową) [1] bądź zawierają komputer, który stanowi ich zasadniczy moduł [2, 3, 4], bądź też są z komputerem ściśle zintegrowane [5, 6, 7]. Dzięki temu zebrany przez czujnik sygnał pomiarowy, który odwzorowuje chwilowe zmiany promieni, może być dowolnie przetwarzany, co pozwala wyznaczać wiele parametrów i funkcji opisujących kształt badanego zarysu powierzchni. Dane zgromadzone w wyniku pomiaru kilku przekrojów poprzecznych mogą być wykorzystane do wyznaczania różnic pomiędzy średnimi średnicami przekrojów oraz wzajemnej niewspółosiowości badanych powierzchni. Dzięki dużemu zakresowi pomiarowemu stosowanych w omawianych urządzeniach przetworników przemieszczeń (1 lub 2 mm) oraz ich wysokiej rozdzielczości (12 do 14 bitów) można wykonywać pomiary zmian promieni zarysów poprzecznych nawet o wyraźnie różniących się wymiarach nominalnych (np. przekroje stożków Morse'a) lub o nominalnie przesuniętych osiach.

Mankamentem obecnie istniejących uniwersalnych urządzeń pomiarowych z wzorcową osią obrotu jest zbyt długi czas trwania pomiarów. Przed wykonaniem pomiarów właściwych danej powierzchni, trzeba przeprowadzić pomiary wstępne, po czym – na podstawie otrzymanych wyników – dokonać regulacji położenia elementu względem osi obrotu (odtwarzanej przez obracający się stół lub przez

wrzeciono, z którym jest połączony czujnik). Warunkiem uzyskania poprawnych wyników pomiaru jest spełnienie następujących wymagań (rys. 1): a) oś badanej powierzchni jest równoległa do osi wzorcowej, tzn. kąt $\alpha \approx 0$, b) środek badanego zarysu jest położony bardzo blisko osi obrotu, tzn. mimośrodowość e jest o kilka



Rys. 1. Parametry określające położenie badanej powierzchni i czujnika względem osi obrotu



Rys. 2. Schemat przykładowego urządzenia pomiarowego z obrotową głowicą: 1 — nieruchoma podstawa, 2 — mierzony element, 3 — przetwornik kąta obrotu, 4 — wrzeciono odtwarzające wzorcową oś, 5 — czujnik, S — silnik

rzędów mniejsza od promienia badanego zarysu, c) kierunek pomiarowy, wyznaczony przez linię roboczego przesuwu końcówki czujnika, przecina oś obrotu, tzn. $l=0$. Regulacje niezbędne do osiągnięcia takiego stanu są czasochłonne – nawet wówczas, gdy pozycjonowanie elementu jest wspomagane komputerowo lub odbywa się za pomocą układów sterowanych automatycznie.

Alternatywnym rozwiązaniem do precyzyjnego pozycjonowania elementu i czujnika jest zastosowanie algorytmów obliczeniowych uwzględniających odstępstwa geometrii układu pomiarowego od stanu idealnego. Zagadnienie to stanowi przedmiot niniejszego artykułu.

Zastosowanie algorytmów korygujących błędy pozycjonowania tworzy szczególnie korzystne podstawy dla rozwoju urządzeń, które zawierają obrotową głowicę (rys. 2). Dopuszczając większe niedokładności ustawienia powierzchni, można produkowane seryjnie elementy lub zespoły podawać automatycznie na pozycję pomiarową i mierzyć je bezzwłocznie po zatrzymaniu, bez jakichkolwiek regulacji położenia.

2. CHARAKTERYSTYKA OBECNIE STOSOWANEGO ALGORYTMU WYZNACZANIA OKRĘGU ŚREDNIEGO

Do wyznaczania średnicy i współrzędnych środka zarysu dowolnego przekroju poprzecznego przyjmiemy definicję okręgu średniego (LSC) [8]. Przy wyprowadzaniu zależności geometrycznych stosowane będą wymiennie dwa układy współrzędnych (rys. 3a): a) układ współrzędnych biegunowych ze środkiem w punkcie O_2, wokół którego jest wykonywany obrót, b) układ współrzędnych prostokątnych ze środkiem w tym samym punkcie i z osią X pokrywajacą się z kierunkiem, któremu w układzie biegunowym odpowiada kąt $\varphi=0$. Poszukiwany okrąg średni jest opisywany przez zestaw trzech parametrów; w układzie biegunowym są to: r_0 – promień, e – odległość środka okręgu O_1 od środka układu O_2 oraz θ – kąt określający położenie środka okręgu; natomiast w układzie współrzędnych prostokątnych są to: r_0 – promień, a – odcięta punktu O_1 oraz b – rzędna punktu O_1.

Współrzędne, które określają położenie środka okręgu w opisanych wyżej układach, są powiązane oczywistymi zależnościami geometrycznymi:

$$a=e\cos\theta \qquad b=e\sin\theta \tag{1a, b}$$

oraz

$$e=\sqrt{a^2+b^2} \qquad \theta=\operatorname{arctg}\frac{b}{a} \tag{2a, b}$$

Promień chwilowy okręgu średniego $r(\varphi)$, mierzony od środka obrotu O_2, jest opisany wzorami:

– w układzie współrzędnych biegunowych:

$$r(\varphi)=e\cos(\varphi-\theta)+\sqrt{r_0^2-e^2\sin^2(\varphi-\theta)} \tag{3}$$

— w układzie współrzędnych prostokątnych:

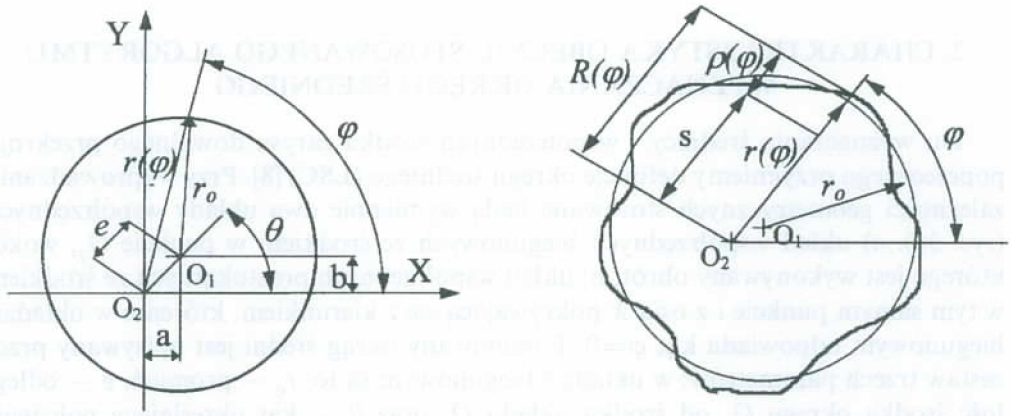
$$r(\varphi)=a\cos\varphi+b\sin\varphi+\sqrt{r_0^2-(a\sin\varphi-b\cos\varphi)^2} \tag{4}$$

W wypadku operowania ciągłym sygnałem pomiarowym, za okrąg średni (okrąg regresji) uznaje się okrąg określony przez zestaw parametrów r_0, e, θ lub r_0, a, b o takich wartościach, dla których funkcja F, opisana wzorem (5), osiąga minimum.

$$F=\int_0^{2\pi}[R(\varphi)-r(\varphi)]^2 d\varphi \tag{5}$$

gdzie (rys. 3b): $R(\varphi)$ — chwilowy promień badanego zarysu mierzony od punktu O_2, $r(\varphi)$ — promień okręgu, opisany zależnością (3) lub (4).

a) b)



Rys. 3. Schemat objaśniający sposób wyznaczania parametrów okręgu średniego: a) parametry okręgu średniego w dwóch układach współrzędnych, b) położenie okręgu średniego względem badanego zarysu

Jak widać, przy definiowaniu kryterium minimalizacji odchyłek, końcówkę czujnika traktuje się jako punkt i zakłada się, że linia jej przesuwu przecina środek obrotu O_2, tzn. że $l=0$. W rozważaniach teoretycznych, które posłużyły do opracowania zależności stosowanych obecnie w przyrządach pomiarowych przyjęto ponadto założenie, że $e \ll r_0$ [9, 10], co pozwoliło przybliżyć wyrażenie (3) wzorem:

$$r(\varphi)\cong r_0+e\cos(\varphi-\theta) \tag{6}$$

a wyrażenie (4) wzorem:

$$r(\varphi)\cong r_0+a\cos\varphi+b\sin\varphi \tag{7}$$

Wyznaczając pochodne cząstkowe $\frac{\partial F}{\partial a}, \frac{\partial F}{\partial b}, \frac{\partial F}{\partial r_0}$ i przyrównując je do zera otrzymuje się układ trzech równań, którego rozwiązanie daje:

$$r_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} R(\varphi)d\varphi=s+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\rho(\varphi)d\varphi \tag{8}$$

$$a=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} R(\varphi)\cos\varphi d\varphi=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\rho(\varphi)\cos\varphi d\varphi \tag{9a}$$

$$b=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} R(\varphi)\sin\varphi d\varphi=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\rho(\varphi)\sin\varphi d\varphi \tag{9b}$$

gdzie:

s – wartość odniesienia bliżej nieznana, równa takiej odległości końcówek czujnika od osi, dla której sygnał pomiarowy jest równy zeru,

$\rho(\varphi)$ – sygnał pomiarowy, odpowiadający chwilowym przemieszczeniom końcówki czujnika.

Oznaczymy współczynniki opisujące zerową i pierwszą harmoniczną sygnału pomiarowego $\rho(\varphi)$ odwzorowującego zarys w zakresie pełnego obwodu, tj. dla $0\leqslant\varphi<2\pi$, następującymi symbolami:

A_0 – wartość średnia sygnału,

A_1 – amplituda składowej sinusowej pierwszej harmonicznej,

B_1 – amplituda składowej kosinusowej pierwszej harmonicznej,

C_1 – amplituda pierwszej harmonicznej,

φ_{01} – faza pierwszej harmonicznej.

Biorąc pod uwagę wzór (8), możemy napisać:

$$A_0=r_0-s \tag{10}$$

Z wzorów (9a) i (9b) wynika, że:

$$A_1=a; \qquad B_1=b \tag{11a, b}$$

a uwzględniając (2a i 2b) mamy:

$$C_1=e; \qquad \varphi_{01}=\theta \tag{12a, b}$$

Jak widać z powyższego, konsekwencją przyjętych założeń ($l=0$ oraz $e\ll r_0$) są proste formuły wiążące współrzędne środka i promień profilu z pierwszą i zerową harmoniczną sygnału pomiarowego. Niestety zależności te okazują się mało dokładne, kiedy założenia nie są spełnione. Błędy wynikające z przyjętych uproszczeń obliczono w rozdz. 3, gdzie rozpatrzono sytuację bardziej ogólną.

3. BŁĘDY WYWOŁANE ODSTĘPSTWAMI KONFIGURACJI GEOMETRYCZNEJ ELEMENTÓW UKŁADU POMIAROWEGO OD STANU IDEALNEGO

Rozważymy sytuację ogólniejszą (rys. 4). Przyjmiemy dodatkowe oznaczenia:

r_{el} – promień wzorca okrągłości lub średni promień badanego zarysu,

r_k – promień końcówki czujnika w płaszczyźnie przekroju poprzecznego,
r_z – odległość środka badanego zarysu od środka krzywizny końcówki pomiarowej, tzw. promień zastępczy, który wynosi:
– w pomiarach powierzchni zewnętrznych:

$$r_z = r_{el} + r_k \tag{13a}$$

– w pomiarach powierzchni wewnętrznych:

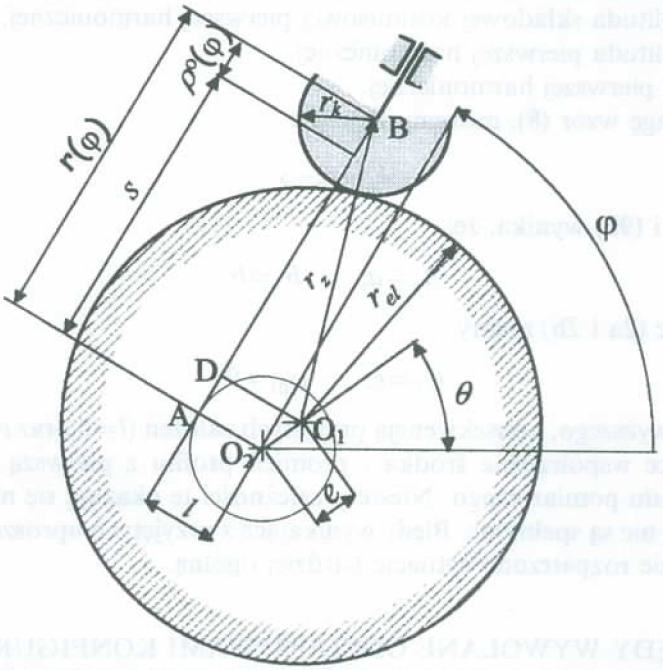
$$r_z = r_{el} - r_k \tag{13b}$$

Promień wodzący $r(\varphi)$, równy rzutowi chwilowej odległości środka końcówki od środka obrotu na kierunek pomiarowy (na rys. 4 odpowiada mu odcinek AB), można opisać zależnością:
– w układzie współrzędnych biegunowych:

$$r(\varphi) = e\cos(\varphi - \theta) + \sqrt{r_z^2 - (l + e\sin(\varphi - \theta))^2} \tag{14}$$

– w układzie współrzędnych prostokątnych:

$$r(\varphi) = a\cos\varphi + b\sin\varphi + \sqrt{r_z^2 - (l + a\sin\varphi - b\cos\varphi)^2} \tag{15}$$



Rys. 4. Schemat pomiaru profilu kołowego powierzchni zewnętrznej metodą promieniową z uwzględnieniem błędów pozycjonowania: e – odległość środka okręgu średniego O_1 od środka obrotu O_2, l – odległość linii przesuwu końcówki od środka obrotu O_2, r_{el} – średni promień badanego wzorca, r_k – promień końcówki czujnika, r_z – promień zastępczy, φ – chwilowy kąt obrotu, $r(\varphi)$ – promień wodzący, $\rho(\varphi)$ – przemieszczenie końcówki

Zakładając, bardzo duży możliwy przedział zmienności parametrów e i l, a mianowicie:

$$\frac{e}{r_z} \leqslant 0{,}25; \qquad \frac{|l|}{r_z} \leqslant 0{,}5 \tag{16a, b}$$

przekształcono powyższe wzory tak, by możliwie najdokładniej wyznaczyć składowe harmoniczne opisujące promień wodzący $r(\varphi)$. Następnie, uwzględniając, że w wyniku pomiaru zarysu okręgu czujnikiem znane są nie wartości całkowitych promieni chwilowych $r(\varphi)$ lecz mniejsze od nich o s wartości sygnału pomiarowego czujnika $\rho^0(\varphi)$, uzyskano następujące wzory opisujące wartość średnią tego sygnału oraz jego pierwszą harmoniczną:

$$A_0^\circ = r_{zp}\left(1+\frac{16e^2l^2-e^4}{64r_{zp}^4}\right)-s, \qquad \text{gdzie: } r_{zp}=\sqrt{r_z^2-l^2-0{,}5e^2} \tag{17a, b}$$

$$A_1^\circ = a-bw \qquad B_1^\circ = b+aw \tag{18a, b}$$

$$C_1^\circ = e\sqrt{1+w^2} \qquad \varphi_{01}^\circ = \theta - \operatorname{arctg} w \tag{19a, b}$$

gdzie:

$$w=\frac{l}{r_{zp}}\left(1+\frac{e^2}{8r_{zp}^2}\right) \tag{20}$$

Indeksy górne w postaci małych kółek, jakimi w powyższych wzorach opatrzono symbole niektórych wielkości, służą zaznaczeniu, że opisują one sygnał $\rho^\circ(\varphi)$, odwzorowujący zarys okrągły, a nie sygnał $\rho(\varphi)$ odwzorowujący zarys o dowolnie dużych odchyłkach kształtu.

Przechodząc do interpretacji uzyskanych wzorów trzeba przypomnieć, że – ponieważ s nie jest znane – wartość A_0°, określona wzorami (17a i b) nie ma bezpośredniego odniesienia do wymiarów elementu. Znaczenie praktyczne ma natomiast parametr ΔA_0 opisujący różnicę pomiędzy wartościami A_0° wyznaczonymi podczas pomiaru poszczególnych przekrojów:

$$\Delta A_0 = A_0^\circ(r_{z\mathrm{I}}, e_{\mathrm{I}}, l_{\mathrm{I}}) - A_0^\circ(r_{z\mathrm{II}}, e_{\mathrm{II}}, l_{\mathrm{II}}), \tag{21}$$

gdzie cyfry rzymskie są symbolami badanych zarysów. W szczególności, gdy średnica jednego z porównywanych przekrojów jest znana (została zmierzona inną metodą) ΔA_0 można wykorzystać do wyznaczania średnicy okręgu średniego drugiego zarysu.

W celu ułatwienia oceny wpływu, jaki parametry e i l wywierają na ΔA_0, przybliżymy A_0°, wyrażone wzorami (17a, b) następująco:

$$A_0^\circ \cong r_{zp} - s \cong r_{el} - (s \pm r_k) - \frac{2l^2+e^2}{4r_z} \tag{22}$$

W powyższym wzorze na uwagę zasługuje to, że wpływ parametru e na spadek wartości średniej jest tylko dwukrotnie słabszy od oczywistego wpływu parametru l.

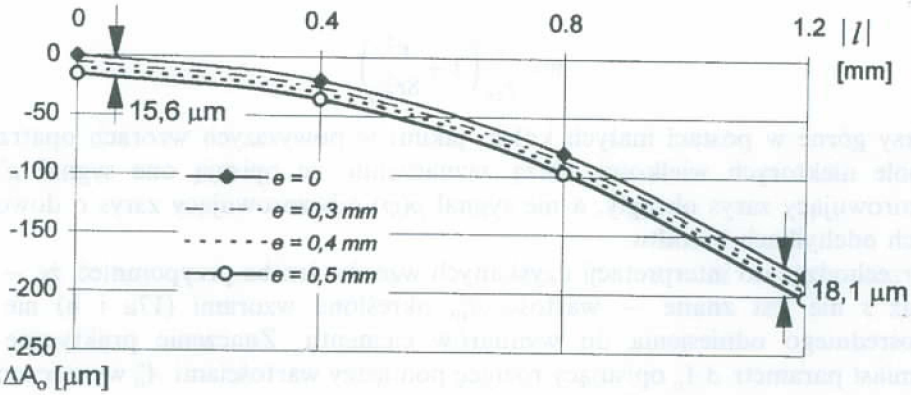
Na podstawie wzoru (22) można podać przybliżony wzór na różnicę wartości średnich uzyskanych w dwóch pomiarach:

$$\Delta A_0 \cong (r_{elI} - r_{elII}) - \left(\frac{2l^2 + e_I^2}{4r_{zI}} - \frac{2l_{II}^2 + e_{II}^2}{4r_{zII}} \right) \tag{23}$$

W dotychczasowej praktyce pomiarowej różnica średnich wartości sygnału jest uznawana za różnicę średnich promieni, zatem składnik zawarty w drugim nawiasie wzoru (23) stanowi błąd metody. Dla zilustrowania ilościowego wpływu parametrów e i l na wartość średnią sygnału przedstawiono graficznie zmiany parametru:

$$\Delta A_0 = A_0^\circ(4, e_I, l_I) - A_0^\circ(4,0,0) \tag{23a}$$

co odpowiada np. pomiarowi otworu pierścienia o średnicy 10 mm końcówką o promieniu 1 mm (rys. 5). Otwór ten posłuży konsekwentnie jako przykład we wszystkich dalszych analizach numerycznych, a także będzie przedmiotem badań doświadczalnych.



Rys. 5. Wpływ parametrów e i l na średnią wartość sygnału pomiarowego w pomiarach otworu o średnicy 10 mm końcówką o promieniu $r_k = 1$ mm

Jak wynika z wykresów, przesunięcie końcówki w stosunku do położenia optymalnego np. o $l = 0{,}8$ mm wywołuje spadek wartości średniej sygnału co najmniej o 80 μm. Natomiast gdy l jest ustalone, a wartości e zmieniają się w granicach od 0 do 0,5 mm, wartość średnia zmienia się w przedziale o szerokości od 15,6 μm (gdy $l = 0$) do 18,1 μm (gdy $l = 1{,}2$ mm). Trzeba w tym miejscu zaznaczyć, że omawiana ilustracja (jak również dalsze, dotyczące tego przykładu) jest wynikiem wykonania obliczeń dokładnych a nie zastosowania wzoru uproszczonego (23), który nie daje podstaw do przewidywania interakcji parametrów e i l.

W celu łatwiejszego oszacowania wpływu parametrów e i l na amplitudę pierwszej harmonicznej można przybliżyć wzór (19a) formułą:

$$C_1^{\circ} \cong e(1+0{,}5w^2) \cong e\left[1+0{,}5\left(\frac{l}{r_z}\right)^2\right] \tag{24}$$

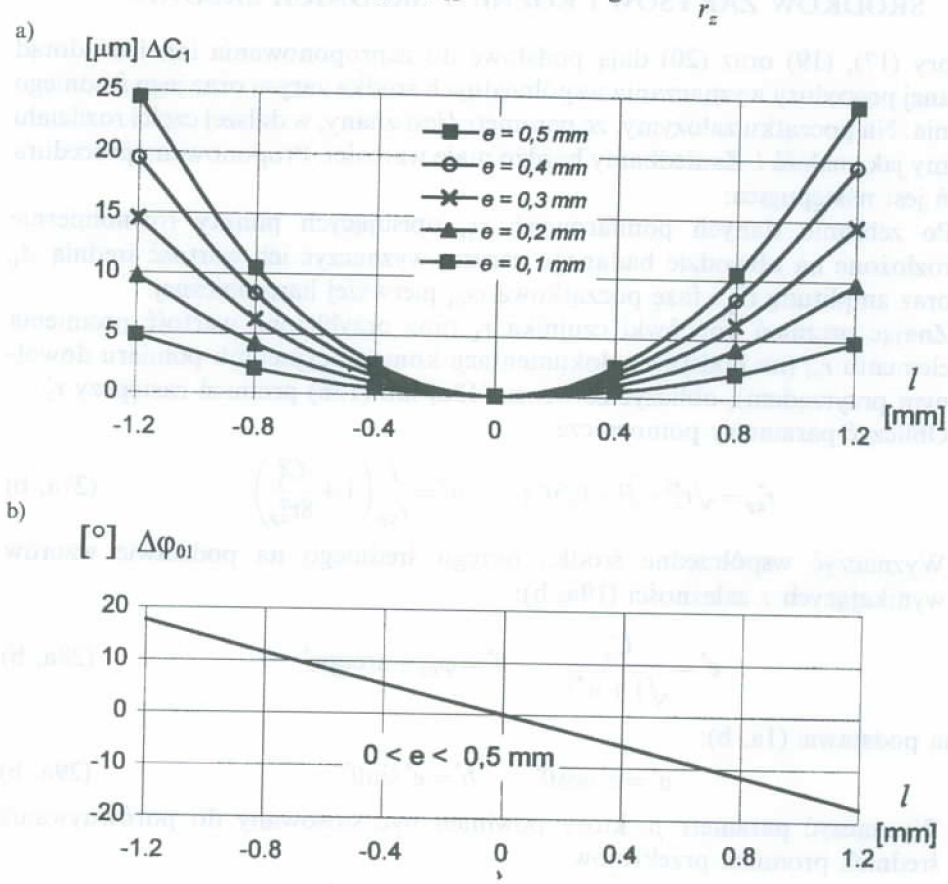
Przyrost amplitudy wywołany niezerową wartością l wynosi zatem w przybliżeniu:

$$\Delta C_1 = C_1^{\circ} - e \cong 0{,}5e\left(\frac{l}{r_z}\right)^2 \tag{25}$$

Przy ustalonym promieniu elementu zwiększenie amplitudy pierwszej harmonicznej jest więc prawie proporcjonalne do kwadratu l. Zmiany wartości parametru ΔC_1, jakie mogą wystąpić podczas pomiaru otworu o średnicy 10 mm, przedstawia rys. 6a. W skrajnie niekorzystnym przypadku (gdy $l=1{,}2$ mm, $e=0{,}5$ mm) parametr ΔC_1 osiąga wartość 25 μm.

Zmiana fazy pierwszej harmonicznej wynosi:

$$\Delta\varphi_{01} = \varphi_{01}^{\circ} - \theta = -\operatorname{arctg} w \cong -\frac{l}{r_z} \tag{26}$$



Rys. 6. Wpływ parametrów e i l na wyniki pomiaru pierwszej harmonicznej w pomiarach otworu o średnicy 10 mm końcówką o promieniu $r_k=1$ mm: a) przyrost amplitudy, b) zmiana fazy

We wzorze powyższym zwraca uwagę liniowa zależność przyrostu fazy początkowej od l oraz niezależność $\Delta\varphi_{01}$ od e. Potwierdza to rys. 6b, pokazujący wyniki dokładnych obliczeń zmiany $\Delta\varphi_{01}$ podczas pomiarów wspomnianego wyżej otworu, na którym wykresy odpowiadające wartościom $e=0$ i $e=0{,}5$ mm pokrywaja się. Zmiana fazy dla l zmieniającego się od $-1{,}2$ mm do 1,2 mm wynosi około 35°.

Przedstawione w artykule wyniki obliczeń błędów opisujących pomiary przykładowego otworu można wykorzystać do szybkiego oszacowania błędów powstałych podczas pomiarów zarysów wewnętrznych lub zewnętrznych o dowolnej średnicy dowolną końcówką — wystarczy rzędne odpowiednich wykresów przedstawionych na rys. 5 i rys. 6b pomnożyć przez współczynnik, który wynosi $4/r_z$, a rzędne wykresów przedstawionych na rys. 6a przez współczynnik równy $16/r_z^2$; r_z jest wyrażone w mm.

4. PROCEDURA DOKŁADNEGO WYZNACZANIA WSPÓŁRZĘDNYCH ŚRODKÓW ZARYSÓW I RÓŻNICY ŚREDNICH ŚREDNIC

Wzory (17), (19) oraz (20) dają podstawę do zaproponowania innej od dotąd stosowanej procedury wyznaczania współrzędnych środka zarysu oraz jego średniego promienia. Na początku założymy, że parametr l jest znany; w dalszej części rozdziału pokażemy jak znaleźć l. Zaniedbamy bardzo małe wartości. Proponowana procedura obliczeń jest następująca:

1. Po zebraniu danych pomiarowych ρ_i, opisujących punkty równomiernie rozłożone na obwodzie badanego zarysu, wyznaczyć ich wartość średnią A_0 oraz amplitudę C_1 i fazę początkową φ_{01} pierwszej harmonicznej.
2. Znając promień końcówki czujnika r_k oraz przybliżoną wartość promienia elementu r_{el}^* (na podstawie dokumentacji konstrukcyjnej lub pomiaru dowolnym przyrządem), obliczyć ze wzoru (13a) lub (13b) promień zastępczy r_z^*.
3. Obliczyć parametry pomocnicze

$$r_{zp}^*=\sqrt{r_z^{*2}-l^2-0{,}5C_1^2} \qquad w^*=\frac{l}{r_{zp}^*}\left(1+\frac{C_1^2}{8r_{zp}^2}\right) \tag{27a, b}$$

4. Wyznaczyć współrzędne środka okręgu średniego na podstawie wzorów wynikających z zależności (19a, b):

$$e^*=\frac{C_1}{\sqrt{1+w^{*2}}} \qquad \theta^*=\varphi_{01}+\operatorname{arctg}w^* \tag{28a, b}$$

oraz na podstawie (1a, b):

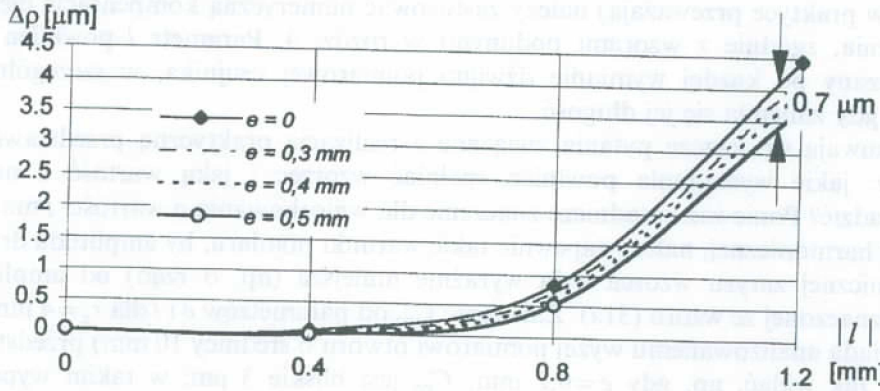
$$a^*=e^*\cos\theta^* \qquad b^*=e^*\sin\theta^* \tag{29a, b}$$

5. Wyznaczyć parametr ρ, który powinien być stosowany do porównywania średnich promieni przekrojów

$$\rho=r_{el}-(s\pm r_k)=A_0+\frac{l^2+0{,}5e^{*2}}{2r_z^*} \tag{30}$$

Wyznaczanie współrzędnych środka zarysu na podstawie zależności (28) daje niemal pełną kompensację błędu wywołanego niedokładnym ustawieniem końcówki. Dla przykładu, obliczenia przeprowadzone dla rozważanego wcześniej przypadku ($r_z = 4$ mm, $0 \leqslant e \leqslant 0{,}5$ mm, $|l| \leqslant 1{,}2$ mm) wykazały, że różnice pomiędzy e^* i e są rzędu części nanometra, a różnice pomiędzy θ^* i θ wyrażają się w ułamkach sekundy kątowej.

Do oceny dokładności parametru ρ zastosowano parametr $\Delta\rho$, zdefiniowany analogicznie do ΔA_0 (wzor 23a). Wyniki obliczeń, wykonane dla tego samego co wyżej przypadku, przedstawiono na rys. 7. Jak widać, dla przesunięcia kierunku pomiarowego np. o $l = 0{,}8$ mm parametr $\Delta\rho$ nie przekracza 1 μm, a więc jest o dwa rzędy mniejszy od wyznaczonego w tych samych warunkach parametru ΔA_0 (rys. 5). Zakres rozrzutu wyników dla stałego l i różnych wartości e zmienia się od 0 (gdy $l = 0$) do 0,7 μm (gdy $l = 1{,}2$ mm); wyniki te są również istotnie lepsze w porównaniu z rozrzutem ΔA_0 (15,6 μm i 18,1 μm).



Rys. 7. Wpływ parametrów e i l na wartość parametru φ_{el} w pomiarach otworu o średnicy 10 mm końcówką o promieniu $r_k = 1$ mm

Reasumując rozważania teoretyczne należy podkreślić, że jeśli l jest znane, można uzyskać: a) pełną kompensację wpływu tego parametru na współrzędne środka badanego zarysu, b) bardzo dobrą kompensację wpływu parametrów e i l na wynik pomiaru średniego promienia. Uzyskane wyniki uzasadniają potrzebę dokładnego wyznaczenia parametru l.

5. SPOSÓB WYZNACZENIA PARAMETRU l – PODSTAWY TEORETYCZNE I WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA

Odpowiedź na pytanie, w jaki sposób można wyznaczyć wartość parametru l, dają wyrażenia opisujące drugą harmoniczną sygnału, otrzymanego w wyniku pomiaru idealnie okrągłego zarysu. Jej amplituda C_2^0 i faza φ_{02}^0 wynoszą odpowiednio:

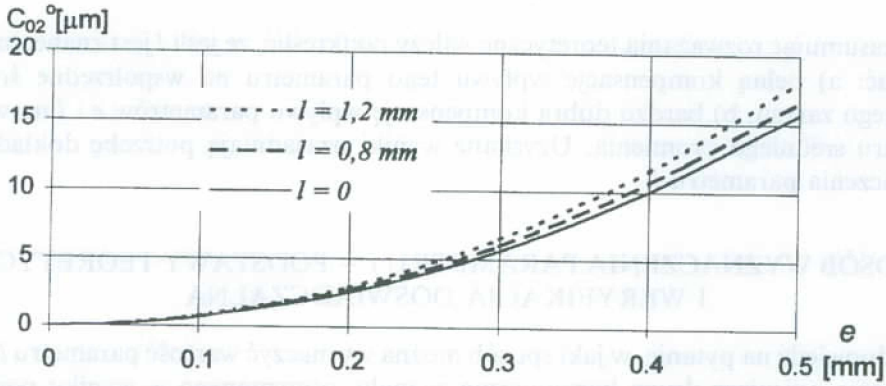
$$C_2^0 = \frac{e^2}{4r_{zp}}\left(1 + \frac{l^2}{r_{zp}}\right) \qquad \varphi_{02}^0 = 2\theta \tag{31a, b}$$

Porównanie wzoru (26) oraz (31b) pozwala stwierdzić, że o ile faza początkowa pierwszej harmonicznej φ_{01} zmienia się prawie liniowo ze wzrostem l, to faza początkowa drugiej harmonicznej φ_{02} nie zależy od l (obserwację taką odnotowano w pracy [11] na podstawie rozważań przybliżonych) i jest dokładnie dwa razy większa od kąta θ opisującego położenie środka okręgu średniego. A zatem wartość l można obliczyć na podstawie wartości faz dwóch pierwszych harmonicznych wyznaczonych podczas pomiaru wzorca okrągłości ustawionego umyślnie mimośrodowo względem osi obrotu, a mianowicie:

$$l = r_z\beta \quad \text{gdzie:} \quad \beta = 0{,}5\varphi^{\circ}_{02} - \varphi^{\circ}_{01} \tag{32a, b}$$

Jeśli stosowany przyrząd pomiarowy jest wyposażony w układ do kontrolowanych, precyzyjnych regulacji położenia czujnika, to warto wykorzystać wyznaczoną wartość l do ustawienia końcówki w optymalnym położeniu. W pozostałych wypadkach (które w praktyce przeważają) należy zastosować numeryczną kompensację błędów ustawienia, zgodnie z wzorami podanymi w rozdz. 4. Parametr l powinien być wyznaczany po każdej wymianie dźwigni pomiarowej czujnika, w szczególności wtedy, gdy zmieniła się jej długość.

Nasuwają się jeszcze pytania związane z realizacją praktyczną przedstawionej metody: jakie wymagania powinien spełniać wzorzec i jaką wartość e należy wprowadzić? Ponieważ zasadnicze znaczenie dla wnioskowania o wartości l ma faza drugiej harmonicznej, należy zapewnić takie warunki pomiaru, by amplituda drugiej harmonicznej zarysu wzorca była wyraźnie mniejsza (np. o rząd) od amplitudy C°_{02} wyznaczonej ze wzoru (31a). Zależność C°_{02} od parametrów e i l dla $r_z = 4$ mm (co odpowiada analizowanemu wyżej pomiarowi otworu o średnicy 10 mm) przedstawia rys. 8. Jak widać, np. gdy $e = 0{,}2$ mm, C°_{02} jest bliskie 3 μm; w takim wypadku warunkiem wystarczającym jest, by owalność stosowanego wzorca była mniejsza od 1,2 μm (10%·3 μm·4), co jest wymaganiem bardzo łatwym do spełnienia.

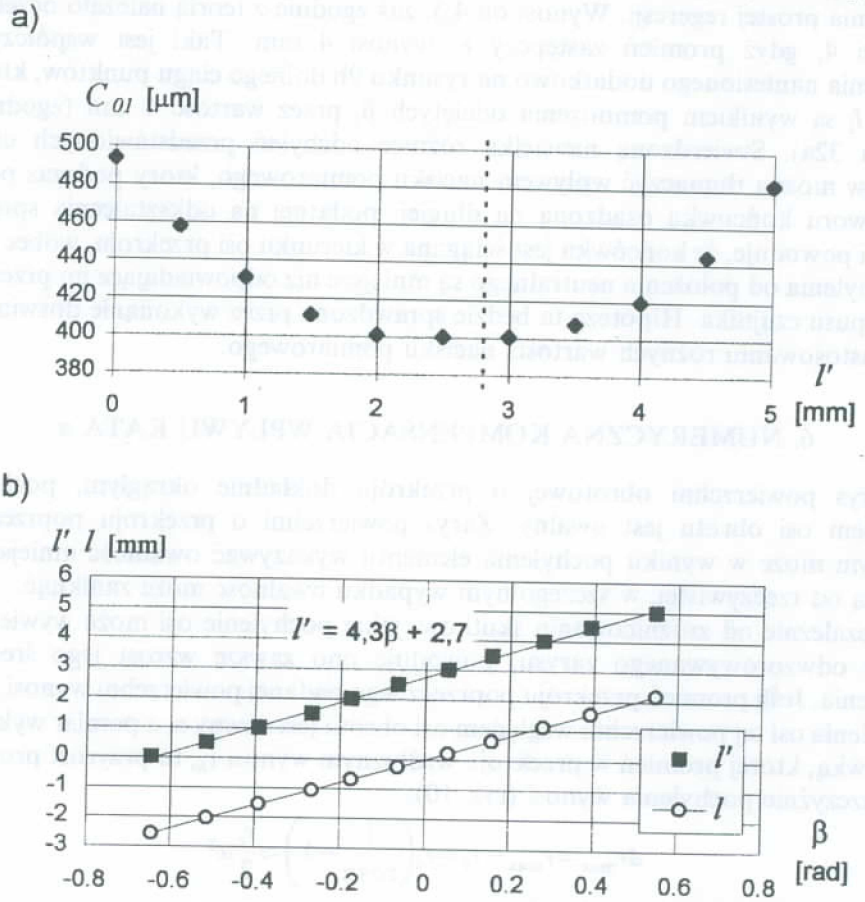


Rys. 8. Wpływ parametrów e i l na wartość amplitudy drugiej harmonicznej w pomiarach wzorca kształtu; promień $r_z = 4$ mm

Wpływ oddalenia linii przesuwu końcówki czujnika od osi obrotu na wyniki pomiaru amplitudy C°_{02} i faz początkowych pierwszych dwóch harmonicznych

sprawdzono na stanowisku doświadczalnym, mierząc otwór wzorca pierścieniowego o średnicy nominalnej 10 mm i odchyłce okrągłości równej 0,3 μm, przeznaczonego do wzorcowania średnicówek mikrometrycznych. Czujnik osadzono w specjalnym uchwycie, pozwalającym na zadawanie kontrolowanych przemieszczeń w kierunku prostopadłym do kierunku przesuwu końcówki. W każdej serii doświadczeń wzorzec ustalano w stałej pozycji względem osi, a czujnik przesuwano o znane interwały l'_i względem położenia początkowego, któremu przypisano wartość 0. W każdym położeniu czujnika wykonywano pomiar zarysu wzorca i wyznaczano składowe harmoniczne sygnału oraz kąt β.

Na rys. 9 przedstawiono jedną z serii wyników, otrzymanych w 11 położeniach czujnika; środek wzorca był przesunięty względem osi obrotu o około 400 μm. Punkty opisujące wartości amplitudy pierwszej harmonicznej C_{01} (rys. 9a) układają się na



Rys. 9. Wyniki pomiarów otworu wzorca pierścieniowego o średnicy 10 mm uzyskane na stanowisku badawczym; l' – przemieszczenia czujnika w kierunku prostopadłym do kierunku pomiarowego: a) zmiana amplitudy pierwszej harmonicznej, b) związek kąta β z położeniem czujnika l' i wyznaczonymi rachunkowo wartościami l

ramionach paraboli; jej minimum — zgodnie z teorią — powinno wyznaczać wartość l', dla której $l=0$. Wartość l' odpowiadającą optymalnemu położeniu końcówki można również wyznaczyć na podstawie zbioru wartości kąta β obliczonych według wzoru 32b. Na rys. 9b — dla jasności wywodu — wartości kąta β odpowiadające przesunięciom l' przedstawiono w układzie odwrotnym do przyjmowanego tradycyjnie — zmienną niezależną opisują rzędne wykresu. Górny ciąg punktów odpowiada wynikom kolejnych pomiarów (β_i, l'_i). Na ich podstawie wyznaczono równanie prostej regresji. Wyraz stały w tym równaniu określa wartość l', dla której $\beta=0$, a więc dla której również $l=0$. Wartość tę, równą 2,7 mm, zaznaczono na rys. 9a za pomocą prostej pionowej; jak widać, przechodzi ona — zgodnie z teorią — przez najniższy punkt paraboli.

Nieznaczna niezgodność z oczekiwaniami przejawia się w wartości współczynnika nachylenia prostej regeresji. Wynosi on 4,3, zaś zgodnie z teorią należało oczekiwać wartości 4, gdyż promień zastępczy r_z wynosi 4 mm. Taki jest współczynnik nachylenia naniesionego dodatkowo na rysunku 9b dolnego ciągu punktów, których rzędne l_i są wynikiem pomnożenia odciętych β_i przez wartość 4 mm (zgodnie ze wzorem 32a). Stwierdzoną niewielką różnice odchyleń przedstawionych ciągów punktów można tłumaczyć wpływem nacisku pomiarowego, który podczas pomiarów otworu końcówką osadzoną na długiej, podatnej na odkształcenia sprężyste dźwigni powoduje, że końcówka jest ściągana w kierunku osi przekroju, wobec czego jej odchylenia od położenia neutralnego są mniejsze niż odpowiadające im przesunięcia korpusu czujnika. Hipoteza ta będzie sprawdzona przez wykonanie doświadczeń przy zastosowaniu różnych wartości nacisku pomiarowego.

6. NUMERYCZNA KOMPENSACJA WPŁYWU KĄTA α

Zarys powierzchni obrotowej o przekroju dokładnie okrągłym, pochylonej względem osi obrotu jest owalny. Zarys powierzchni o przekroju poprzecznym owalnym może w wyniku pochylenia elementu wykazywać owalność mniejszą lub większą od rzeczywistej; w szczególnym wypadku owalność może zaniknąć.

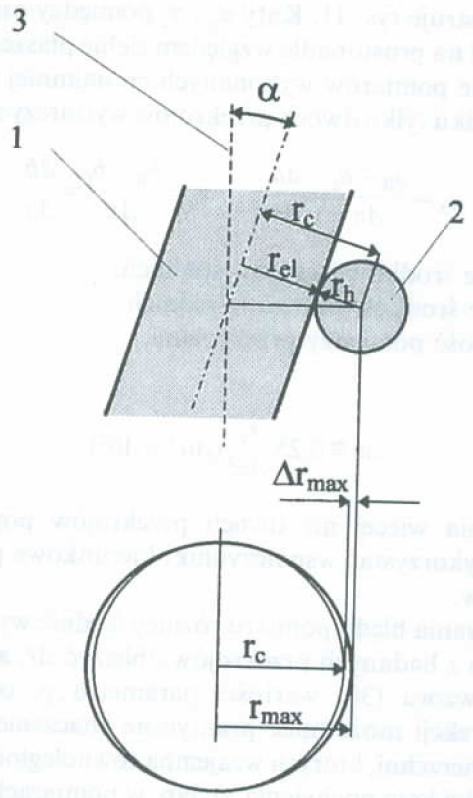
Niezależnie od zróżnicowania skutków, jakie pochylenie osi może wywierać na kształt odwzorowywanego zarysu, powoduje ono zawsze wzrost jego średniego promienia. Jeśli promień przekroju poprzecznego badanej powierzchni wynosi r_{el}, kąt pochylenia osi tej powierzchni względem osi obrotu jest równy α, a pomiar wykonano końcówką, której promień w przekroju wzdłużnym wynosi r_h, to przyrost promienia w płaszczyźnie pochylenia wynosi (rys. 10):

$$\Delta r_{\max}=r_{\max}-r_c=r_c\left(\frac{1}{\cos\alpha}-1\right)\approx\frac{r_c}{2}\alpha^2 \tag{33}$$

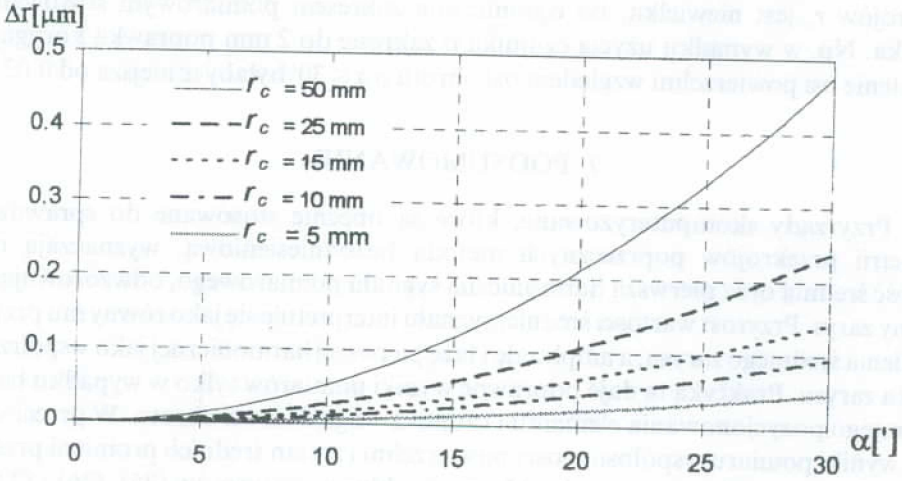
gdzie: — w pomiarach powierzchni zewnętrznych: $r_c=r_{el}+r_h$
— w pomiarach powierzchni wewnętrznych: $r_c=r_{el}-r_h$

Zatem wzrost promienia średniego wynosi:

$$\Delta\bar{r}=0.5\Delta r_{\max}\cong 0{,}25 r_c\alpha^2 \tag{34}$$



Rys. 10. Schemat ilustrujący efekt pochylenia osi elementu względem osi obrotu: 1 — mierzony element, 2 — końcówka czujnika, 3 — oś obrotu



Rys. 11. Wpływ kąta α na błąd pomiaru średniego promienia dla różnych wartości r_c

Zależność powyższą ilustruje rys. 11. Kąty α_x i α_y pomiędzy osią obrotu Z a rzutami osi badanej powierzchni na prostopadłe względem siebie płaszczyzny XZ i YZ można wyznaczyć na podstawie pomiarów wykonanych co najmniej w dwóch przekrojach poprzecznych. W wypadku tylko dwóch przekrojów wystarczy zastosowanie wzorów:

$$\alpha_x = \frac{a_{II} - a_I}{\Delta z} = \frac{\Delta a}{\Delta z} \qquad \alpha_y = \frac{b_{II} - b_I}{\Delta z} = \frac{\Delta b}{\Delta z} \tag{35a, b}$$

gdzie: a_I, a_{II} – odcięte środków okręgów średnich,
b_I, b_{II} – rzędne środków okręgów średnich,
Δz – odległość pomiędzy przekrojami.

Zatem:

$$\Delta \bar{r} \cong 0{,}25 \frac{r_c}{\Delta z^2} (\Delta a^2 + \Delta b^2) \tag{36}$$

W wypadku zmierzenia więcej niż dwóch przekrojów poprzecznych można do wyznaczania kąta α wykorzystać współczynniki kierunkowe prostej aproksymującej środki tych przekrojów.

W celu wyeliminowania błędu pomiaru różnicy średnic wywołanego pochyleniem osi należy dla każdego z badanych przekrojów obliczyć $\Delta \bar{r}$, a następnie skorygować wyznaczone według wzoru (30) wartości parametru ρ, odejmując od nich $\Delta \bar{r}$. Stosowanie takiej korekcji może mieć praktyczne znaczenie wtedy gdy badane są przekroje różnych powierzchni, których wzajemna równoległość osi nie jest zachowana (a więc różne są wartości kąta pochylenia α). Np. w pomiarach przekrojów o średnicy 100 mm poprawka korygująca pochylenie osi nachylonych względem siebie o 30′ może osiągać 0,5 μm. Natomiast wtedy, gdy porównywane przekroje mają wspólną oś, można wpływ pochylenia osi zaniedbać, gdyż kąt α jest ten sam, a różnica promieni przekrojów r_c jest niewielka, bo ograniczona zakresem pomiarowym stosowanego czujnika. Np. w wypadku użycia czujnika o zakresie do 2 mm poprawka korygująca pochylenie osi powierzchni względem osi obrotu o $\alpha \leqslant 30'$ byłaby mniejsza od 0,02 μm.

7. PODSUMOWANIE

• Przyrządy skomputeryzowane, które są obecnie stosowane do sprawdzenia geometrii przekrojów poprzecznych metodą bezodniesieniową, wyznaczają m.in. wartość średnią oraz pierwszą harmoniczną sygnału pomiarowego, odwzorowującego badany zarys. Przyrost wartości średniej sygnału interpretuje się jako równy mu przyrost promienia średniego zarysu, a amplitudę i fazę pierwszej harmonicznej jako współrzędne środka zarysu. Praktyka ta daje poprawne wyniki pomiarów tylko w wypadku bardzo starannego pozycjonowania elementu i czujnika względem osi obrotu. W przeciwnym razie wyniki pomiaru współosiowości powierzchni i zmian średnich promieni przekrojów są obarczone błędami metody. Można je obliczyć ze wzorów (25), (26) i (23) lub szybko oszacować przy wykorzystaniu wykresów przedstawionych na rys. 5 i 6.

• Jeśli czujnik znajduje się w stałej odległości od osi obrotu (l=const, s=const), to wzrost mimośrodowości badanego zarysu e powoduje spadek średniej wartości sygnału pomiarowego rejestrowanego podczas obrotu. Spadek ten jest prawie proporcjonalny do e^2.

• Jeśli środek badanego przekroju znajduje się w stałej odległości od osi obrotu (e=const), to wzrost wartości bezwzględnej parametru l powoduje – oprócz spadku średniej wartości sygnału – prawie proporcjonalny do l^2 wzrost amplitudy pierwszej harmonicznej i liniową zmianę jej fazy początkowej.

• Wpływ parametrów e i l na wartość średnią sygnału pomiarowego oraz amplitudę i fazę pierwszej harmonicznej jest odwrotnie proporcjonalny do promienia zastępczego r_z, co oznacza, że odpowiednio dobierając promień r_k końcówki czujnika można ten wpływ w pewnym stopniu redukować. W pomiarach małych otworów korzystne jest stosowanie końcówki o jak najmniejszym promieniu r_k. Natomiast w pomiarach małych średnic zewnętrznych lepiej jest stosować końcówki o dużym promieniu; końcówka w postaci rolki, której tworząca jest styczna do badanego zarysu poprzecznego, zapewnia stałość zerowej i pierwszej harmonicznej.

• Pochylenie osi badanej powierzchni względem osi obrotu powoduje wzrost średniej wartości sygnału pomiarowego. Wzrost ten jest proporcjonalny do promienia r_c i kwadratu kąta pochylenia α. Błędy wyznaczenia różnicy średnic przekrojów wywołane pochyleniem są na ogół znacznie mniejsze od błędów wywołanych parametrami e i l.

• Wpływ błędów pozycjonowania na wyniki pomiaru średnic i współosiowości można eliminować stosując algorytmy dokładniejsze od używanych obecnie (rozdz. 4). Warunkiem skuteczności kompensacji jest mała wartość bezwzględna parametru l lub jego znajomość.

• Wartości parametru l bliskie zeru są szczególnie korzystne, gdyż zapewniają: a) optymalny rozkład sił działających na końcówkę, b) małą wrażliwość wyników obliczeń współrzędnych środka na błąd wyznaczenia l i na niedokładność oszacowania promienia r_z.

• Istnieje prosta w realizacji, obiektywna metoda wyznaczania wartości l (rozdz. 5). Metoda ta może być stosowana rutynowo podczas eksploatacji przyrządu (po każdej wymianie dźwigni pomiarowej czujnika), jak również przy montażu i justowaniu zespołów przyrządu pomiarowego.

• Wyposażenie omawianych w artykule przyrządów w oprogramowanie, które będzie wyznaczyć parametr l i wykonywać obliczenia według podanych wzorów, pozwoli osiągnąć wysoką dokładność pomiarów współosiowości powierzchni i różnic średnich średnic przekrojów bez konieczności precyzyjnego pozycjonowania elementów.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

r_0 – promień okręgu średniego
e – odległość środka okręgu średniego od środka obrotu
θ – kąt określający położenie środka okręgu średniego w układzie biegunowym

a – odcięta środka okręgu średniego
b – rzędna środka okręgu średniego
l – odległość linii roboczego przesuwu środka końcówki czujnika od środka obrotu
α – kąt pochylenia osi geometrycznej badanej powierzchni względem osi obrotu
α_x – kąt pomiędzy rzutem osi badanej powierzchni na płaszczyznę XZ a osią obrotu
α_y – kąt pomiędzy rzutem osi badanej powierzchni na płaszczyznę YZ a osią obrotu
r_{el} – średni promień badanego przekroju
r_k – promień końcówki czujnika w płaszczyźnie przekroju poprzecznego
r_h – promień końcówki czujnika w płaszczyźnie przekroju wzdłużnego
r_z – odległość środka badanego zarysu od środka krzywizny końcówki pomiarowej w płaszczyźnie przekroju poprzecznego, tzw. promień zastępczy
r_c – odległość środka badanego zarysu od środka krzywizny końcówki pomiarowej w płaszczyźnie przekroju wzdłużnego
φ – chwilowy kąt obrotu czujnika względem elementu; przyjmuje wartość z przedziału $[0, 2\pi]$
$r(\varphi)$ – promień chwilowy okręgu średniego mierzony od środka obrotu
$R(\varphi)$ – promień chwilowy badanego zarysu mierzony od środka obrotu
s – odległość środka końcówki czujnika od osi, dla której sygnał pomiarowy jest równy zeru
$\rho(\varphi)$ – sygnał pomiarowy odwzorowujący przemieszczenia końcówki czujnika podczas badania dowolnego zarysu przekroju poprzecznego
$\rho^{\circ}(\varphi)$ – sygnał pomiarowy podczas badania idealnego okręgu
ρ_i – dyskretne wartości sygnału pomiarowego $\rho(\varphi)$ odpowiadające punktom rozłożonym równomiernie na badanym zarysie
A_0 – wartość średnia sygnału pomiarowego $\rho(\varphi)$ w okresie 2π
A_1 – amplituda składowej sinusowej pierwszej harmonicznej sygnału $\rho(\varphi)$
B_1 – amplituda składowej kosinusowej pierwszej harmonicznej sygnału $\rho(\varphi)$
C_1 – amplituda pierwszej harmonicznej sygnału $\rho(\varphi)$
φ_{01} – faza początkowa pierwszej harmonicznej sygnału $\rho(\varphi)$
$A_0^{\circ}, A_1^{\circ}, B_1^{\circ}, C_1^{\circ}, C_2^{\circ}$ – amplitudy harmonicznych sygnału $\rho^{\circ}(\varphi)$
$\varphi_{01}^{\circ}, \varphi_{02}^{\circ}$ – fazy początkowe pierwszej i drugiej harmonicznej sygnału $\rho^{\circ}(\varphi)$

e^*, θ^* — współrzędne okręgu średniego wyznaczone według nowego algorytmu

ρ — parametr proponowany do oceny średniego promienia przekroju

β — kąt określony na podstawie pomiaru niewycentrowanego wzorca okrągłości

LITERATURA

1. ISO 4291 Methods for the assessment of departure from roundness — Measurement of variations in radius. 1985-09-15.
2. Tomasik J., Żebrowska-Łucyk S.: *Tendencje w budowie systemowej aparatury do pomiaru mikro- i makrogeometrii powierzchni*, Materiały konf. „Metrologiczne problemy w technikach wytwarzania '91", s. 54–66.
3. Żebrowska-Łucyk S.: *Measuring systems for quick detection of form deviations of the rotating workpieces type*, Proceedings of the 6th International DAAAM Symposium „Intelligent Manufacturing Systems", (Kraków, 26–28 October 1995), TU of Kraków, Poland, 1995, s. 371–372.
4. Żebrowska-Łucyk S., Rudziński R., Gościmski J.: *Komputerowy system pomiarowy do wyznaczania odchyłek kształtu elementów o dużej masie*, Prace Naukowe PW, seria Konferencje, z. 4 (1995), tom II, s. 293–298.
5. Rudziński R., Dąbrowski W., Żebrowska-Łucyk S.: *System and Software Improvements for Precision Metrology Equipment used to Measure Roundness Deviation*, Pomiary, Automatyka, Kontrola 2/1995, s. 30–33.
6. Sacconi A., Panciera R., Pasin W.: *High Precision Roundness Measurements at IMGC*. Proceedings of the 9th International Precision Engineering Seminar. Braunschweig, Germany, 26–30 May 1997, s. 163–166.
7. Rudziński R., Żebrowska-Łucyk S., Dąbrowski W.: *Komputerowy system zbierania i przetwarzania danych pomiarowych z analogowych przyrządów do pomiaru odchyłek kształtu*, Metrologia i Systemy Pomiarowe, tom II, zeszyt 2 (1995), s. 151–159.
8. ISO 6318 Measurement of roundness. Terms, definitions and parameters of roundness.
9. Reason R.E.: *Report on the Measurement of Roundness*, Rank Precision Industries LTD, Leicester 1966.
10. Bartelt R.: *Meßunsicherheit — Ursache: Mensch* Qualitätstechniken 1994/39, s. 1136–1141. Carl Hanser Verlag.
11. Szreder M.: *Wpływ niewspółosiowości ustawienia elementu na stole pomiarowym na dokładność pomiaru odchyłki okrągłości*. Prace Naukowe PW, Seria Konferencje, z. 1, s. 239–246, Warszawa 1991.
12. Ratajczyk E.: *Współrzędnościowa technika pomiarowa. Maszyny i roboty pomiarowe*. Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 1994.

COMPENSATION OF POSITIONING ERRORS IN MEASUREMENTS OF CO-AXIALITY AND DIAMETERS BY MEANS OF INSTRUMENTS WITH AXIS OF ROTATION

Summary

Limitations occurring while applying instruments with reference axis of rotation for determination of surface co-axiality and difference of mean diameters of workpiece cross-sections have been investigated. It has been shown that algorithms used in the instruments currently manufactured give correct results only in

case of very accurate positioning of the element and the measuring sensor in relation to the axis of rotation. General formulaas which enable to determine values of measurement errors for any position of element and sensor are given. The results of measurement of an example element with various errors of positioning are presented. Mathematical formulas enabling effective compensation of occurring errors have been introduced. Methods of objective determination of optimal position of the sensor tip in relation to the axis of rotation is presented.